EJERCICIOS RESUELTOS DE SELECTIVIDAD DE P.A.U. ANDALUCÍA

IES TRASSIERRA – CÓRDOBA Prof. Francisco Luque Ruiz

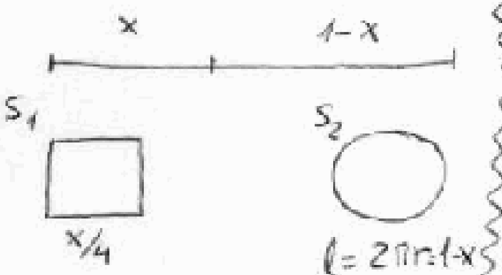
Telf: 957 734900 e-mail: pluque@iestrassierra.com

Año: 2006 Modelo: 2 Opción: B Nº: 1, Valor: 2,5 Ptos.

Resuelto por: Francisco Galindo Bolancé

Enunciado:

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Un alambre de longitud 1 metro se divide en dos trozos, con uno se forma un cuadrado y con el otro una circunferencia. Calcula las longitudes de los dos trozos para que la suma de las áreas de ambos recintos sea mínima.



$S_1 = (x/4)^2 = \frac{x^2}{16} \Rightarrow$ Área del cuadrado

$S_2 = \pi \cdot r^2 = \pi \left[\frac{(1-x)}{2\pi}\right]^2 = \left(\frac{1}{4\pi}\right)\cdot(x^2 - 2x + 1)$

Área del círculo

Función a optimizar, las sumas de las áreas:

$$S(x) = S_1 + S_2 = \frac{x^2}{16} + \left(\frac{1}{4\pi}\right)\cdot(x^2 - 2x + 1) = \left(\frac{1}{16\pi}\right)\cdot(\pi x^2 + 4x^2 - 8x + 4)$$

$$S'(x) = \left(\frac{1}{16\pi}\right)(2\pi x + 8x - 8)$$

$S'(x) = 0$; $2\pi x + 8x - 8 = 0$; $x = \frac{4}{\pi + 4} \rightarrow$ Máx. o mínimo.

$S''(x) = \left(\frac{1}{16\pi}\right)\cdot(2\pi + 8)$; $S''\left(\frac{4}{\pi+4}\right) = \left(\frac{1}{16\pi}\right)\cdot(2\pi + 8) > 0$

$x = \frac{4}{\pi+4} =$ es un mínimo

Los trozos son:

$x = 4 \rightarrow$ cuadrado

$1 - x = 1 - \frac{4}{\pi+4}$; $1 - x = \frac{4\pi}{4+\pi} - \frac{4}{4+\pi}$; $1 - x = \frac{\pi}{4+\pi}$; $x = \frac{4}{\pi+4}$

Fco Galindo Bolancé